স্নাতক পাঠক্রম (BDP)

অনুশীলন পত্র (Assignment)

ডিসেম্বর, ২০১৮ ও জুন, ২০১৯ (December-2018 & June-2019)

ঐচ্ছিক পাঠক্রম (Elective Course)

গণিত (Mathematics)

নবম পত্র (9th Paper)

Kinematics : EMT-9

পূর্ণমান ঃ ৫০ (Full Marks : 50)
মানের গুরুত্ব ঃ ৩০% (Weightage of Marks : 30%)

পরিমিত ও যথাযথ উত্তরের জন্য বিশেষ মূল্য দেওয়া হবে। অশুদ্ধ বানান, অপরিচ্ছন্নতা এবং অপরিষ্কার হস্তাক্ষরের ক্ষেত্রে নম্বর কেটে নেওয়া হবে। উপান্তে প্রশ্নের মূল্যমান সূচিত আছে।

Special credit will be given for precise and correct answer. Marks will be deducted for spelling mistakes, untidiness and illegible handwriting. The figures in the margin indicate full marks.

1. ভূপৃষ্ঠে কোনো বিন্দু থেকে একটি কণা u বেগে অনুভূমিক রেখার সাথে α সূক্ষ্ম কোণে নিক্ষেপ করা হল। মাধ্যমের বাধা যদি kv (প্রতি একক ভরে) হয় যেখানে v কণাটির গতিবেগ, তবে কণাটির পথ নির্ণয় করুন। আরও দেখান যে কণাটির গতিপথের নিক্ষেপ বিন্দু থেকে $\frac{u\cos\alpha}{k}$ দূরত্বে একটি উলম্ব অনন্ত স্পর্শক আছে। 6 + 4

অথবা

উলম্ব সমতলে নিম্নে শীর্ষবিন্দু এবং উর্ধ্বমুখী অক্ষবিশিষ্ট এবং অমসৃণ চক্রজ (cycloid) রয়েছে; তার একটি কাস্প (cusp) বিন্দু থেকে একটি ভারী কণা স্থিরাবস্থা থেকে চক্রজের ভিতরের দিকে ছেড়ে দেওয়া হল। শীর্ষবিন্দুতে পৌঁছালে কণাটির বেগের মান এবং অনুরূপ পরিস্থিতিতে মসৃণ চক্রজের শীর্ষবিন্দুতে পৌঁছালে বেগের মানের অনুপাত $(e^{-\mu\pi}-\mu^2)^{1/2}:(1+\mu^2)^{1/2}$ হবে। 10

2. দেখান যে দৃঢ়বস্তুর ভরকেন্দ্র এমনভাবে সঞ্চারমান যে, দৃঢ়বস্তুটির সমস্ত ভর যেন ঐ বিন্দুতেই কেন্দ্রীভূত এবং সমস্ত বহির্বলও যেন ভরকেন্দ্রেই প্রযুক্ত আছে।

আরও দেখান যে যদি ভরকেন্দ্রটি স্থিরবিন্দু হত এবং একই বহির্বল বস্তুটির ওপর একইভাবে প্রযুক্ত থাকত, তাহলে ভরকেন্দ্রটির সাপেক্ষে দৃঢ়বস্তুটির চলার ধরন একই থাকত। 5 + 5

অথবা

একটি সুষম দণ্ডকে উলম্ব অবস্থায় ধরে রাখা আছে এবং দণ্ডের নীচের প্রান্তটি একটি যথার্থ অমসৃণ টেবিলের উপর বিশ্রামে আছে। দণ্ডটিকে ছেড়ে দিলে, সেটি ঐ নীচের প্রান্তটির সাপেক্ষে ঘোরে। দণ্ডটির গতি আলোচনা করুন। 10

3. কোনো সমতলে অবস্থিত OX ও OY পরস্পর লম্ব দুটি অক্ষদ্বয় স্থির নয়, O বিন্দুর সাপেক্ষে নিজ সমতলে আবর্তিত হতে পারে। তাহলে একটি গতিশীল বিন্দুর OX ও OY-এর সাপেক্ষে বেগ ও ত্বরণ নির্ণয় করুন। 6

অথবা

M ভর বিশিষ্ট একটি রকেট থেকে প্রতি একক সময়ে eM ভরযুক্ত জ্বালানী V আপেক্ষিক বেগে নিম্নাভিমুখে নির্গত হচ্ছে। যদি রকেটটির খোলস ইত্যাদির মোট ভর M' হয়, তাহলে দেখান যে, $eV > g$ না হলে রকেটটি বিস্ফোরণের সঙ্গে সঙ্গে উলম্ব উর্ধ্ব দিশায় উঠতে পারবে না এবং $\frac{eMV}{M'} > g$ না হলে রকেটটি একেবারেই উর্ধ্বে উঠতে পারবে না। 6

4. একটি সুষম সরু তারকে অর্ধবৃত্তের আকারে বাঁকানো হয়েছে, যার ব্যাসার্ধ a ; দেখান যে দুটি ব্যাসের এক প্রান্তে, তারটির সমতলের ওপর যে মুখ্য অক্ষগুলি আছে তারা ব্যাসটির সঙ্গে যথাক্রমে $\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{4}{\pi}$ ও $\frac{\pi}{2}+\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{4}{\pi}$ কোণে নত। 6

অথবা

m-ভর ও a ব্যাসার্ধের একটি বৃত্তাকার আংটি একটি মসৃণ অনুভূমিক তলের ওপর আছে। M ভরের একটি কীট ঐ আংটির ওপর স্থিরাবস্থা থেকে আংটির ধার বরাবর ধ্রুব গতিবেগ v নিয়ে হাঁটতে শুরু করে। দেখান যে, আংটির কেন্দ্র $\frac{Mv}{(m+2M)a}$ কৌণিক গতিবেগ নিয়ে একটি বৃত্তপথে চলবে। 6

5. দুটি অমসৃণ সমতল যথাক্রমে অনুভূমিক তলের সঙ্গে α ও β কোণে নত এবং তারা অপর প্রান্ত বরাবর পরস্পরকে স্পর্শ করে আছে। দুটি তলের ওপর দুটি অসমান ভর, যথাক্রমে M এবং M', একটি সূক্ষ্ম দড়ি দিয়ে পরস্পর সংযুক্ত আছে। দড়িটি দুটি তলের শীর্ষবিন্দুতে অবস্থিত m ভর ও a ব্যাসার্ধের একটি মসৃণ পুলির ওপর দিয়ে যায়। দেখান যে, ভর দুটির যে কোনোটির ত্বরণ হল

$$\frac{g[M(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)-M'(\sin\beta+\mu'\cos\beta)]}{M+M'+m\frac{k^2}{a^2}}$$

যেখানে μ,μ' তল দুটির ঘর্ষণাঙ্ক, k নিজের অক্ষের সাপেক্ষে পুলিটির ঘূর্ণন ব্যাসার্ধ এবং M ভরটি নীচের দিকে যায়। 6

অথবা

m ভরবিশিষ্ট একটি কণার উপর কেন্দ্র থেকে r দূরত্বে কেন্দ্রীয় আকর্ষক বল $m\mu[3au^4 - 2(a^2 - b^2)u^5]$, $a > b$; যদি $(a+b)$ দূরত্বে অপদূরক বিন্দু থেকে কণাটি $\frac{\sqrt{\mu}}{a+b}$ বেগে ছোঁড়া হয়ে থাকে, তাহলে প্রমাণ করুন যে, কণাটির গতিপথ $r = a + b\cos\theta$ হবে। 6

6. যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ $3 \times 2 = 6$

a) সরল সমঞ্জস গতিতে গতিশীল কোন কণার গতিপথের মধ্যবিন্দু থেকে পরপর তিন সেকেণ্ডে মাপা দূরত্বগুলি যথাক্রমে x, y, z । দেখান যে এটির পর্যায়কাল $\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x+z}{2y}\right)}$। 3

b) একটি কণা যদি কেন্দ্রীয় বলের ক্রিয়ায় $r = a(1-\cos\theta)$ বক্ররেখাটি বরাবর চলে তবে সেটির বলের সূত্রটি নির্ণয় করুন। 3

c) যদি একটি চলমান কণার গতিপথ প্রায় বৃত্তাকার এবং ঐ গতিপথের পাদ সমীকরণ $p^2(a^{m-2} - r^{m-2}) = b^m$ হয়, তাহলে দেখান যে অপদূরক কোণ প্রায় $\frac{\pi}{\sqrt{m}}$ হবে। 3

d) $y = \frac{c}{2}(e^{x/c} + e^{-x/c})$ বক্ররেখা বরাবর একটি কণা এমনভাবে গতিশীল যাতে সেটির উপর প্রযুক্ত বল সর্বদা y-অক্ষের ধনাত্মক দিক বরাবর সমান্তরাল। বলের সূত্রটি নির্ণয় করুন। 3

7. যে-কোনো **দুটি** প্রশ্নের উত্তর দিন ঃ $3 \times 2 = 6$

a) দেখান যে, $\frac{x^2}{g^2} + \frac{y^2}{p^2} \le 1$ এই উপবৃত্ত আকারের সামতলিক ক্ষেত্রটির মোমেন্টাল ইলিপসয়েড ঐ উপবৃত্তের কেন্দ্রের সাপেক্ষে হল $\frac{x^2}{g^2} + \frac{y^2}{p^2} + z^2\left(\frac{1}{g^2} + \frac{1}{p^2}\right)$ = ধ্রুবক। 3

b) যৌগিক দোলকের ন্যূনতম দোলনকাল নির্ণয় করুন। 3

c) রৈখিক ভরবেগ সংরক্ষণ নীতিটি বিবৃত ও প্রমাণ করুন। 3

d) m ভর ও $2a$ দৈর্ঘ্যের একটি দণ্ড (AB) স্থিরাবস্থায় আছে এমন সময় তার উপর লম্বভাবে কেন্দ্রের থেকে d দূরত্বে একটি P ঘাতের একটি ধাক্কা দেওয়া হল। দণ্ডটি কোন্ বিন্দুর সাপেক্ষে ঘুরতে শুরু করবে সেটি বের করুন। 3

English Version

1. A particle is projected with velocity u at an inclination angle α (acute) above the horizon in a medium that resists the motion by a force kv per unit mass, where v is the velocity of the particle. Find the equation of the trajectory. Also prove that the path of the particle has a vertical asymptote at a horizontal distance $\frac{u\cos\alpha}{k}$ from the point of projection. 6 + 4

OR

A particle slides from a cusp down the arc of a rough cycloid, the axis of which is vertical. Prove that its velocity at the vertex will bear to the velocity at the same point when the cycloid is smooth, in the ratio of $(e^{-\mu\pi}-\mu^2)^{1/2}:(1+\mu^2)^{1/2}$. 10

2. Prove that the centre of inertia of a body moves as if all the mass of the body, being collected at it moves and all the external forces are acting at it. Prove also that the motion of a body about its centre of inertia is the same as it would be of the centre of inertia were fixed and the same forces acted on the body. 5 + 5

OR

A uniform rod is held in vertical position with one end resting upon a perfectly rough table, and when released rotates about the end in contact with the table. Discuss the motion. 10

3. Find the velocity and acceleration of a moving point referred to rectangular axes OX and OY, which are not fixed in space, but rotate in any manner about the origin O in their own plane. 6

OR

If a rocket, originally of mass M, throws off every unit of time of mass eM with relative velocity V, and if M' be the mass of the case etc., then show that it cannot rise at once unless $eV > g$, not at all unless $\frac{eMV}{M'} > g$. 6

4. A wire is in the form of a semi-circle of radius a. Show that an end of its diameter the principal axes in its plane are inclined to the diameter at angles $\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{4}{\pi}$ and $\frac{\pi}{2}+\frac{1}{2}\tan^{-1}\frac{4}{\pi}$. 6

OR

A circular ring, of mass m and radius a, lies on a smooth horizontal plane, and an insect, of mass M, resting on it starts and walks round it with uniform velocity v relative to the ring. Show that

the centre of the ring describes a circle with angular velocity $\frac{Mv}{(m+2M)a}$. 6

5. Two unequal masses M and M', rest on two rough planes inclined at angles α and β to the horizon, they are connected by a fine string passing over a small pulley, of mass m and radius a, which is placed at the common vertex of the two planes. Show that the acceleration of either mass is

$$\frac{g[M(\sin\alpha-\mu\cos\alpha)-M'(\sin\beta+\mu'\cos\beta)]}{M+M'+m\frac{k^2}{a^2}}$$

where μ,μ' are coefficient of friction, k is the radius of gyration of the pulley about its axis and M is the mass which moves downwards. 6

OR

A particle moves under a force $m\mu[3au^4-2(a^2-b^2)u^5]$, $a>b$ and is projected from an apse at a distance $(a+b)$ with velocity $\frac{\sqrt{\mu}}{a+b}$, then show that its orbit is $r=a+b\cos\theta$. 6

6. Answer any *two* questions : 3 × 2 = 6

a) In a S.H.M. the distances of a particle from the middle point of its path at three consecutive seconds are observed to be x, y, z. Show that the time of a complete oscillation is $\frac{2\pi}{\cos^{-1}\left(\frac{x+z}{2y}\right)}$. 3

b) Find the law of force to the pole when the path is the cardioid $r=a(1-\cos\theta)$. 3

c) If the nearly circular orbit of a particle be $p^2(a^{m-2}-r^{m-2})=b^m$, then show that the apsidal angle is $\frac{\pi}{\sqrt{m}}$ nearly. 3

d) A particle describes the curve $y=\frac{c}{2}(e^{x/c}+e^{-x/c})$ under a force which is always parallel to the positive direction of the y-axis. Find the law of force. 3

7. Answer any *two* questions. 3 × 2 = 6

a) Show that the momental ellipsoid at the centre of an elliptic plate $\frac{x^2}{g^2}+\frac{y^2}{p^2}\le 1$ is $\frac{x^2}{g^2}+\frac{y^2}{p^2}+z^2\left(\frac{1}{g^2}+\frac{1}{p^2}\right)$ = constant. 3

b) Find the minimum time of oscillation of a compound pendulum. 3

c) State and prove the principle of conservation of linear momentum of a rigid body. 3

d) A uniform rod AB of mass m and length $2a$ is at rest. It is struck by a blow of impulse P at right angles to its length at a distance d from its middle point. Find the point about which it will begin to turn. 3

1.	Date of Publication	: 15/11/2018
2.	Last date of submission of answer script by the student to the study centre on or before	: 30/12/2018
3.	Last date of submission of marks by the examiner to the study centre on or before	: 10/02/2019
4.	Date of evaluated answer script distribution by the study centre to the student on or before	: 17/02/2019
5.	Last date of submission of marks by the study centre to the Department of C.O.E. on or before	: 27/02/2019