

(7 pages)

OCTOBER 2011

U/ID 32351/UCMA

Time : Three hours

Maximum : 100 marks

PART A — (10 × 3 = 30 marks)

Answer any TEN questions.

Each question carries 3 marks.

1. If $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ are the roots of the equation $x^n - p_1x^{n-1} + p_2x^{n-2} \dots + (-1)^n p_n = 0$ find the value of $(1 + \alpha_1)(1 + \alpha_2) \dots (1 + \alpha_n)$.

$x^n - p_1x^{n-1} + p_2x^{n-2} \dots + (-1)^n p_n = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலகங்கள் $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ எனில் $(1 + \alpha_1)(1 + \alpha_2) \dots (1 + \alpha_n)$ -ன் மதிப்பு காண்க.

2. If one root of the equation $2x^3 - 11x^2 + 38x - 39 = 0$ is $2 - 3i$ solve the equation.

$2x^3 - 11x^2 + 38x - 39 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் ஒரு மூலம் $2 - 3i$ எனில், சமன்பாட்டைத் தீர்.

3. Find the equation whose roots are the roots of the equation $x^3 + 4x + 2 = 0$ multiplied by 3.

$x^3 + 4x + 2 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலகங்களை 3 ஆல் பெருக்கினால் வரும் மூலகங்களாக உடைய சமன்பாட்டை காண்க.

4. Show that if $x > 0$,

$$\log x = \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{2} \frac{x^2-1}{(x+1)^2} + \frac{1}{3} \frac{x^3-1}{(x+1)^3} + \dots$$

$x > 0$ எனில்,

$$\log x = \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{2} \frac{x^2-1}{(x+1)^2} + \frac{1}{3} \frac{x^3-1}{(x+1)^3} + \dots \quad \text{எனக்}$$

காட்டுக.

5. Find approximately the value of θ in radians if

$$\frac{\sin \theta}{\theta} = \frac{863}{864}.$$

$$\frac{\sin \theta}{\theta} = \frac{863}{864} \quad \text{எனில், } \theta \text{ -ன் மதிப்பு ரேடியனில்}$$

தோராயமாக காண்க.

6. Prove that $\sinh^{-1} x = \log(x + \sqrt{x^2 + 1})$.

$$\sinh^{-1} x = \log(x + \sqrt{x^2 + 1}) \quad \text{என நிறுவுக.}$$

7. Show that $\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+i & -1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix}$ is an unitary matrix.

$$\frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1+i & -1+i \\ 1+i & 1-i \end{bmatrix} \quad \text{என்பது யூனிடரி அணி என நிறுவுக.}$$

8. Find the rank of the matrix $\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$.

$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 3 & 1 & 2 \\ -1 & 2 & 2 \end{bmatrix}$ என்ற அணியின் தரம் காண்க.

9. Define order of an element in a group. Give the order of the identity element in any group.

ஒரு குலத்தில், ஒரு உறுப்பின் வரிசையை வரையறை செய்க. சமனி உறுப்பின் வரிசை கொடு.

10. Define prime number and composite number. Give examples.

பகா எண், பகு எண் வரையறை தருக. அவைகளுக்கு எடுத்துக்காட்டு கொடு.

11. State Euler function.

ஆய்லர் சார்பை கூறு.

12. Show $\text{Log } i = i(4n + 1) \frac{\pi}{2}$.

$\text{Log } i = i(4n + 1) \frac{\pi}{2}$ எனக் காட்டுக.

PART B — (5 × 6 = 30 marks)

Answer any FIVE questions.

Each question carries 6 marks.

13. Solve the equation $4x^3 - 24x^2 + 23x + 18 = 0$ given that the roots are in Arithmetic progression.

$4x^3 - 24x^2 + 23x + 18 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மூலங்கள் கூட்டுத் தொடரில் இருந்தால், அவற்றை காண்க.

14. Show that $1 + \frac{1+2}{2!} + \frac{1+2+3}{3!} + \dots = \frac{3e}{2}$.

$1 + \frac{1+2}{2!} + \frac{1+2+3}{3!} + \dots = \frac{3e}{2}$ என நிரூபி.

15. Prove that

$$2^5 \cos^6 \theta = \cos 6\theta + 6 \cos 4\theta + 15 \cos 2\theta + 10.$$

$2^5 \cos^6 \theta = \cos 6\theta + 6 \cos 4\theta + 15 \cos 2\theta + 10$ என நிறுவுக.

16. Show that the equations are consistent

$$2x - y + z = 7$$

$$3x + y - 5z = 13$$

$$x + y + z = 5.$$

4 **U/ID 32351/UCMA**
[P.T.O.]

கீழ்க்கண்ட சமன்பாடுகள் ஒப்புமையுள்ளது என காட்டு

$$2x - y + z = 7$$

$$3x + y - 5z = 13$$

$$x + y + z = 5 .$$

17. Prove that the subgroup of a cyclic group is cyclic.

ஒரு சக்கர குலத்தின் உட்குலமும் சக்கர குலம் எனக் காட்டு.

18. Show that if x and y are both prime to the prime number n then $x^{n-1} - y^{n-1}$ is divisible by n . Deduce that $x^{12} - y^{12}$ is divisible by 1365.

x , y என்ற பகா எண்கள் n க்கு பகா எண் எனில் $x^{n-1} - y^{n-1}$ ஆனது n ஆல் வகுபடும் என நிறுவுக. அதிலிருந்து $x^{12} - y^{12}$ ஆனது 1365 ஆல் வகுபடும் என வருவி.

19. If $i^{a+ib} = a + ib$ prove that

$$a^2 + b^2 = e^{-(4n+1)\pi b} .$$

$$i^{a+ib} = a + ib \text{ எனில்}$$

$$a^2 + b^2 = e^{-(4n+1)\pi b} \text{ என நிறுவுக.}$$

PART C — (4 × 10 = 40 marks)

Answer any FOUR questions.

Each question carries 10 marks.

20. Solve $3x^6 + x^5 - 27x^4 + 27x^2 - x - 3 = 0$.

$$\text{தீர் : } 3x^6 + x^5 - 27x^4 + 27x^2 - x - 3 = 0 .$$

21. Separate $\tan^{-1}(x+iy)$ into real and imaginary parts.

$\tan^{-1}(x+iy)$ -ஐ மெய்ப்பகுதி, கற்பனை பகுதியாக பிரித்துக் காட்டு.

22. Verify Cayley-Hamilton theorem for the matrix

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \text{ என்ற அணிக்கு கெய்லி ஹமில்டன்}$$

தேற்றத்தை சரி பார்.

23. State and prove Lagrange's theorem.

லெக்ராஞ்சின் தேற்றத்தை கூறி நிறுவுக.

24. Find the positive root of $x^3 - x - 3 = 0$ correct to two places of decimals by Horner's method.

ஹார்னர் முறையை பயன்படுத்தி, இரண்டு தசம திருத்தமாக $x^3 - x - 3 = 0$ என்ற சமன்பாட்டின் மிகைத் தீர்வை காண்க.

25. Show that

$$\frac{\sin \theta}{1!} + \frac{\sin 2\theta}{2!} + \frac{\sin 3\theta}{3!} + \dots = e^{\cos \theta} \sin(\sin \theta).$$

$$\frac{\sin \theta}{1!} + \frac{\sin 2\theta}{2!} + \frac{\sin 3\theta}{3!} + \dots = e^{\cos \theta} \sin(\sin \theta) \quad \text{எனக்}$$

காட்டுக .
